Le problème comprend deux parties indépendantes.

Dans la première partie, on considère un plan affine euclidien, P rapporté au repère $(O\ \vec{i}\ \vec{j})$ orthonormé; les axes $\vec{Ox}$ $\vec{Oy}$, étant définis par $(O\ \vec{i})$ et $(O\ \vec{j})$, on pose $(\vec{i}, \vec{j}) = +\frac{\pi}{2}$

Un point M décrit une courbe C_λ, définie par sa représentation paramétrique

$$(1)\quad \begin{cases} x = t - \text{tht} + \dfrac{\lambda}{\text{Cht}} \\ y = \dfrac{1}{\text{Cht}} + \lambda\ \text{tht} \end{cases}$$

où t est le paramètre "temps", et λ un réel positif ou nul.

Dans la question I-5 et dans la partie II, on considère un espace (E) affine euclidien, contenant P, rapporté au repère (R) $(O\ \vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k})$ orthonormé direct, où on note $\vec{Oz}$ l'axe défini par $(O, \vec{k})$. Dans ce repère, un point est déterminé par ses coordonnées (x, y, z).

(I)

I - 1 - Donner l'allure de la courbe C_λ

a) pour $\lambda = 0$

b) pour $\lambda = \frac{1}{2}$

c) pour $\lambda = 2$

I - 2 - La courbe C_λ admet un point de rebroussement A_λ, et un point B_λ où la tangente est parallèle à Oy. Construire les lieux de ces points (A_λ) et (B_λ) ... ne pas oublier que : $\lambda \geqslant 0$ ...

I - 3 - a) Calculer en fonction de λ, la longueur L_λ de l'arc, décrit par M (t), d'extrémités A_λ et B_λ

b) Plus généralement, on oriente C_λ dans le sens des t croissant, et on choisit B_λ comme origine des abcisses curvilignes sur C_λ.

Déterminer l'abcisse curviligne de M (t) en fonction de t et de λ.

c) Donner une valeur approchée de L_λ pour $\lambda = 1$.

I - 4 - Décrire le mouvement de M (t) quand t décrit $\mathbb{R}$, c'est-à-dire :

a) Donner la date des changements d'allure [instant où le mouvement cesse d'être accéléré (respectivement retardé) pour devenir retardé (respectivement accéléré)].

b) On trouve en général deux dates et deux points de changement d'allure. Préciser le lieu décrit par ces points quand λ varie dans $\mathbb{R}^+$

c) Déterminer l'équation polaire (l'axe polaire étant Ox) de l'hodographe du mouvement, identifier l'hodographe et le construire.

I - 5 - Dans cette question $\lambda = 0$

C_o est la projection sur le plan (x O y) d'une courbe L décrite par le point m (t), de projection M (t) d'un mouvement uniforme, de vitesse égale à 1, tel que la côte z (t) de m (t) croît avec t, et que la limite de z (t) quand t tend vers $-\infty$ est O.

Donc : $\forall t,\ z(t) > 0$, $\lim_{t \to -\infty} z(t) = 0$, $\overrightarrow{M(t)\ m(t)} \parallel \vec{k}$

Déterminer la fonction z (t). Dire (sans calculs) quelle est la longueur de l'arc décrit par m (t) quand t varie de O à t_o

(II)

II - Un point M décrit la courbe (H) définie par :

$$(H)\quad \begin{cases} x = t - \text{tht} \\ y = \dfrac{1}{\text{Cht}} \\ z = \text{Log}\ (\text{Cht}) \end{cases}$$

où t est le paramètre temps et varie de O à l'infini.

II - 1 - Déterminer et construire la projection de (H) sur le plan (y O z), en déterminant y en fonction de z .

II - 2 - Déterminer le trièdre (F) de Frenet $\{M(t), \vec{T}(t), \vec{N}(t), \vec{B}(t)\}$ en M(t) de la courbe (H)

Que peut-on dire des angles que forment les axes de ce trièdre (F) avec l'axe $\vec{Oz}$? Calculer $\vec{T}(t) + \vec{B}(t)$ en fonction de $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

II - 3 - Déterminer le torseur cinématique du mouvement du trièdre (F) dans l'espace (E) lié au trièdre (R) c'est-à-dire :

a) donner les composantes du vecteur-rotation $\vec{\Omega}$ dans le repère (F) puis dans le repère (R)

b) donner le moment en M (t), origine de (F), du torseur cinématique par ses composantes dans (R), puis dans (F)

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail